

【論文】

インパクト・モデルによるクラッシュ分析の進展

Development of Crash Analysis by Impact Model

佐藤 猛
Sato Takeshi

目 次

はじめに

第1章 インパクト・モデルの枠組み

第1節 マーケット・インパクトの構成要素

第2節 マーケット・インパクトの内容

第3節 ノイズ・トレーダーの導入

第2章 クラッシュ分析のためのインパクト・モデル

第1節 ベッツ・インパクト・モデル

メタ（構成別）モデル

マーケット・マイクロストラクチャーの不変量

第2節 流動性インパクト・モデル

モデルの内容

第3章 クラッシュ分析—ブラック・マンデーの事例

第1節 ブラック・マンデーの状況

第2節 従来モデルによるクラッシュの分析

第3節 ベッツ・インパクト・モデルによるクラッシュ分析

オリジナル・モデル

ノイズを対象とした修正

第4節 流動性インパクト・モデルによるクラッシュ分析

おわりに

要旨

従来のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルによるクラッシュ分析は限界があった。しかし、高頻度取引マーケット・マイクロストラクチャー理論を基礎にしたインパクト・モデルによりクラッシュ分析は大きな進展を遂げた。このことを明らかにするために、拙稿は最新のインパクト・モデルによるブラック・マンデーの事例からその有効性の検証を試みた。この結果、インパクト・モデルは従来の理論モデルよりクラッシュ分析について強い説明能力のあることがわかった。今後、インパクト・モデルは多くのクラッシュ分析に利用されるものと考えられる。

はじめに

現代の証券市場は高頻度取引 (HFT: High Frequency Trading) 市場であると特徴づけられる。そこで高頻度取引が確立した経緯から説明を始めよう。

売買システムにおける取引発注方式のコンピューター化は1970年代のニューヨーク証券取引所 (NYSE) における電子注文のドット (DOT) システム、そして1986年にはスーパー・ドット (super DOT) システムにアップグレードされた。また当時、ティック・サイズ (価格変動幅の最小単位) は1/8ドルであった。こうした取引所の売買システムが進歩したにもかかわらず、コンピューターによるデリバティブ取引の大量発注は市場で対応できない流動性イベントを惹起させた。グロスマン&ミラー (Grossman&Miller) [1988] はこの流動性イベントによる売買システムのメルトダウンがクラッシュ (株価暴落) を惹起すると示唆した。売買システムの効率化が証券市場の課題となり、その後、コンピューター・イノベーションにより高頻度取引システムが出現した¹⁾。

さらに、この高頻度取引は証券市場に次のような変化をもたらせた。まず、ティック・サイズは1997年には従来の1/8から1/16ドルに変更になった。さらに2001年には100分の1ドル単位 (0.01ドル=1セント) のデシマライゼーション (decimalization: 10進法) に移行した。つぎに機関投資家は

コンピューター・プログラムによる自動発注取引のアルゴリズム取引 (Algorithm Trading)²⁾ を盛行させた。

商品先物委員会 (CFTC)・証券取引委員会 (SEC) の共同報告書 [2010] は高頻度取引の特徴を以下のように整理している。

- ① 注文の発注、回送、執行するための超高速コンピューター・プログラムを使用する。
- ② ネットワークの遅延が小さくなる。
- ③ 「コロケーション・サービス」 (取引所にできるだけ近く売買執行できる発注サーバーの設置サービス) が利用できる。
- ④ 注文と清算の短縮が可能となる。
- ⑤ 取引キャンセルが多くなる。
- ⑥ 日中で取引を平準化する。

一般的に高頻度取引は取引情報をより効率的にして、スプレッドを縮小させるなど、流動性を厚くする効果があるとされた³⁾。また機関投資家は取引リスクを回避するために注文小口化の傾向を強くした。

しかし、高頻度取引市場では2008年のリーマン・ショック (Lehman Shock)⁴⁾ と2010年のフラッシュ・クラッシュ (Flash Crash)⁵⁾ 等が起きて、クラッシュ分析の重要性が再認識され始めた。

こうした背景から、近時、クラッシュについて高頻度取引の売買システムを包摂したマーケット・マイクロストラクチャー理論を基礎にしたインパクト・モデルが注目されるようになった。このモデルは当然、高頻度取引のみならず、それ以前の売買システムにも

適用できる意味で一般性のある理論モデルでもある。

拙稿ではインパクト・モデルによりクラッシュ分析の進展を考察するが、その事例として史上最大のダウ工業株平均 (DJIA) が 22.6% 下落率を記録した 1987 年 10 月 19 日 (月) のブラック・マンデーを取り上げる。

そのためにはインパクト・モデルのクラッシュ分析の体系化がまず必要不可欠であるので拙稿では第 1 章においてインパクト・モデルの枠組みについて論じる。つぎに第 2 章ではクラッシュ分析のために、高頻度取引を想定したマーケット・マイクロストラクチャー理論を利用した 2 つのインパクト・モデルを紹介する。第 3 章では 2 つのインパクト・モデルからブラック・マンデーの事例を通してクラッシュ分析を試みる。

以上の展開により、近時クラッシュ分析はインパクト・モデルにより大きく進展していることを明らかにする。

第 1 章 インパクト・モデルの枠組み

高頻度取引市場により進展した理論モデルであるインパクト・モデルをクラッシュ分析の視点で枠組みを検討する。特にインパクト・モデルはマーケット・インパクトとノイズの概念が重要である。本章は、第 1 節マーケット・インパクトの構成要素、第 2 節マーケット・インパクトの内容、第 3 節ノイズ・トレーダーの導入、について説明する。

第 1 節 マーケット・インパクトの構成要素

インパクト・モデルはマーケット・インパクトを理論的に説明するモデルである。ホルトハウゼン、レフトウィッチ、マイアーズ (Holthausen, Leftwich & Mayers) [1987] は大口取引と小口取引でのマーケット・インパクトの影響について、金融商品が短期的な変化

に伴う「短期的 (一時的) インパクト (temporary impact)」と売買のシグナリング効果による「長期的 (恒久的) インパクト (permanent impact)」に区分した。よって、マーケット・インパクトは短期的 (一時的) インパクトと長期的 (恒久的) インパクトから構成されることになる。

ペロールド (Perold) [1988] は投資を意思決定した価格から計算される想定上の損益と執行後に判明する実際の損益のかい離をインプリメンテーション・ショートフォール (IS) である定義した。この概念はマーケット・インパクトを分析する際によく利用される。

また、アルムグレン & クリス (Almgren & Chriss) [2001] は投資戦略の視点から、マーケット・インパクトを以下のように定義した。

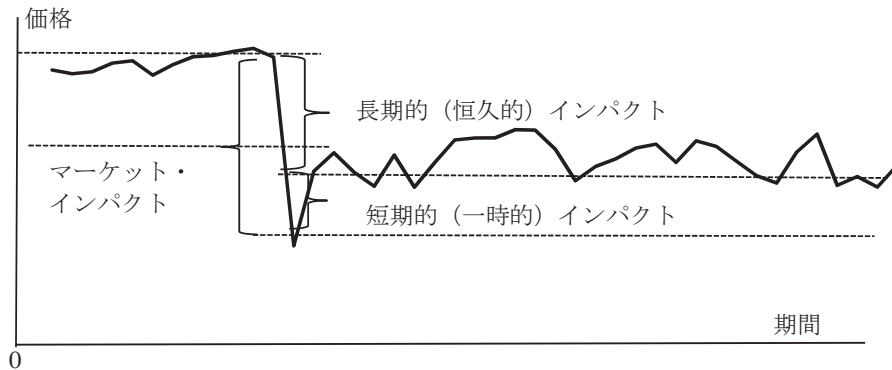
いま X の証券保有量をもち T 期までに清算したいとき、その期間を $\tau = T/N$ として、 $t_k = k\tau$ ($k = 0, 1, \dots, N$) と表現する。この時、取引執行前のファンダメンタルズ価格 $P_{t_{k-1}}$ と執行価格 P_{t_k} においては取引コスト等が存在するので、その差 ($P_{t_k} - P_{t_{k-1}}$) はファンダメンタルズの変化に伴う長期的インパクトと執行価格直後の価格からの一時的にかい離する短期インパクトに区分できる。このとき $XP_0 - \sum_{k=1}^N n_k \tilde{P}_k$ は取引コストでありマーケット・インパクトは取引コストの対価として認識することになる。

さらにアルムグレン & クリスのマーケット・インパクトの概念は取引執行間隔をマイクロ秒を想定しているので、高頻度取引の売買システムによく適合している。それゆえ、マーケット・インパクトはマイクロ秒の取引執行間隔を累積して算出することになる。しかし、マーケット・インパクトは取引執行間隔を長くすれば高頻度取引前の売買システムにも適用可能である。

拙稿ではアルムグレン & クリスの定義に

基づいてマーケット・インパクトの概念を用いることにする。その構成要素については【図表 1】を参照されたい。

【図表 1】マーケット・インパクトの構成



資料：佐藤作成

第2節 マーケット・インパクトの内容

マーケット・インパクトの構成要素について、アルムグレン & クリス [2001] に沿って説明をしたが、その内容についてコスト（費用）とメタ（トレーダーの構成）の側面からみることにする。

マーケット・インパクトとは説明した通り、取引を市場で執行する直前の市場価格と執行に際して実際に支払う価格に差が生じることによって発生するコスト（費用）として把握することができる。そのコストの種類としては流動性の需要と取引情報の顕示とがある。

まず、流動性の需要コストは取引相手方が当該流動性を提供する対価のコストである。つぎに取引情報の顕示コストは売買情報シグナルから価格水準が変化することに伴うコストである。そこで、流動性の高い市場では流動性の需要コストは一時的に発生することから短期的（一時的）インパクトであり、売買情報シグナルはファンダメンタルズに係るもので長期的（恒久的）インパクトである。加えて、もし大量注文執行は甚大なマーケット・インパクトを引き起こすために、細かく分割

して執行を行う必要性が生じる過度的（transient）インパクトも生じる。この過度的インパクトは幾何級数的に減衰してファンダメンタルズに吸収されることを前提とした取引コストであると考えられる。

つぎにマーケット・インパクトをメタから分析する。短期的インパクトは高頻度取引（またはアルゴリズム取引）トレーダーにより、長期的インパクトはファンダメンタルズに関係する合理的トレーダーにより引き起こされる。さらに市場では突如、注文フローのランダムが大きなボラティリティをもたらす可能性がある。これがサプライズである。

このように、インパクト・モデルはいろいろなアプローチからマーケット・インパクトの要因を析出することが出来る。さらに、このモデルは高頻度取引の売買システムのスピード化に対応している。このインパクト・モデルは原則、長期的には効率的市場仮説に立脚しており、価格は均衡化する。それでは効率的市場は予想外のクラッシュは起きないことになる。そこで、現実的なメタについてさらなる検討が必要となる。このためにはイ

ンパクト・モデルを支えるマーケット・マイクロストラクチャー理論から検討することが必要である。

第3節 ノイズ・トレーダーの導入

近時クラッシュはスピードがあり、かつ効率的市場では説明が難しく、マーケット・マイクロストラクチャー理論からノイズ・トレーダーの概念を明確化することが重要であるとの認識が高まった。たとえば、マーケット・マイクロストラクチャー理論の主導者オハラ (O'Hara) [2009] やカイル (Kyle) [2014] 等⁶ はノイズ・トレーダーの再検討をおこなっている⁷。この再検討はインパクト・モデルのクラッシュ分析の有効性に大きく貢献することになる。

まず、オハラ [2009] によると、マーケット・マイクロストラクチャーの基本モデルであるカイル (Kyle) [1985] モデルとゴステン&ミルグロム (Gostten&Milgrom) [1985] が示唆する流動性トレーダー⁸の役割はブラック (Black) [1986]⁹の定義する行動ファイナンス的な投資心理をもつノイズ・トレーダーと異なり、曖昧であったとする。そこでノイズ・トレーダーのマーケット・インパクトにおける役割を明確にしなければならないと主張する。そして今後、ファンダメンタルズとは関係のない非合理的トレーダーをノイズ・トレーダーとしてインパクト・モデルの中に導入すべきであると主張する。

つぎにカイル [2014] も長期的視点をもった合理的トレーダーさえもダイナミックの短期的期待を考慮しなければならないとして、ケインズ (Keynes) [1936] の「美人コンテスト」理論の概念、すなわち行動ファイナンス的ノイズのマーケット・マイクロストラクチャー・モデルへの導入の必要性を説く。すなわち、平均的マルチンゲールはマルチンゲールとは異なると主張する。この主張は長期的にはマルチンゲールになるものの、短期的に

はマルチンゲールからかい離することを意味する。短期的な効率的市场の前提の脱落の中にクラッシュが起きる可能性を見出すのである。

このように新たなノイズ・トレーダーの概念を導入したマーケット・マイクロストラクチャー理論を利用して、インパクト・モデルからクラッシュ分析が提案された。よって、証券市場における参加者として、ファンダメンタルズを基準とする合理的トレーダーにノイズ・トレーダーの存在を加えることは常に市場が不均衡に陥る可能性あることを示唆する。すなわち、この不均衡はマクロ秒の取引執行間隔で行われる高頻度取引の場合は突如、起きる可能性が高い。この状態をマーケット・マイクロストラクチャーでは売買システムの注文状況から表現して、インパクト・モデルにその析出成果を供与する。

第2章 クラッシュ分析のためのインパクト・モデル

本章はクラッシュ分析のための現代的なマーケット・マイクロストラクチャー理論を基礎にしたインパクト・モデルを解説することである。インパクト・モデルは高頻度取引を前提としているが、従前の取引システムでも適用可能である。

- ①カイル & オビズヘイヴァ [2009-2014] はマーケット・マイクロストラクチャー理論を含意に、機関投資家がリスク移転するための売買をベツ (bets) と定義して、ベツを中心膨大なデータに基づく実証的な不変量 (invariance) を前提としたベツ・インパクト・モデルを考案した。なお、不変量は高頻度取引下の取引データから算出されている。
- ②ハン & ワン (Huang&Wan) [2008] はグロスマン & ミラー・モデル (流動性イベント・モデル) を拡張して流動性インパクトを固有ショック (idiosyncratic shock)

と位置づけた流動性インパクト・モデルを開発した。このモデルは短期的インパクト・モデルを対象としている。

本章は、第1節カイル & オビズヘイヴァのベッツ・インパクト・モデル、第2節ハン & ワン・モデルの流動性インパクト・モデル、からなる。

第1節 ベッツ・インパクト・モデル

まず、カイル & オビズヘイヴァが開発したベッツ・インパクト・モデルの中核であるマーケット・マイクロトラックチャー不変量(MMI)の考え方を紹介する。

「MMIはリスク移転(ベッツ)の分布、取引コスト、回復力、市場の効率性に関してある期間(2001年から2005年)を測定して資産間に一定の関係があるとの仮定に基づいて構築されたモデルである¹⁰⁾」

このモデルにおいて重要な概念がベッツである。ベッツは機関投資家のリスク移転の売買であり、ファンダメンタルズに直接に関係のないノイズにより行われる取引である。

カイル & オビズヘイヴァはベッツ・インパクト・モデルを用いて、歴史的に5つの大きなクラッシュについてマーケット・インパクトとして捉えて分析をおこなった。具体的には1929年の大恐慌のブラック・サザデー、1987年10月のクラッシュ(10月14日から10月20日の期間で同月19日のブラック・マンデーを含む)、1987年10月22日のソロス大量売却、2008年のジェローム・ケルビエル(Jérôme Kerviel)による流動性クラッシュ¹¹⁾、2010年のフラッシュ・クラッシュ、についての実証分析である。これらのクラッシュ分析ではインプリメンテーション・ショートフォール(IS)の概念がよく用いられる。なぜなら短期間の中でマーケット・インパクトを分析するからである。

メタ(構成別)モデル

ベッツ・インパクト・モデルでは流動性指標であるカイル[1985]のラムダ λ を利用したメタ(要素別)モデルが基本であり、不変量の公式を考える際にも便利である。

以下、箇条書きに整理して説明するが、併せて【図表2】も参照されたい。

- ①トレーダーは情報トレーダー、マーケット・メーカーおよびブラック[1986]を含意とするノイズ・トレーダーである。
- ②市場に占める取引比率は情報トレーダーが γ_I 、ノイズ・トレーダーが γ_U であり、 θ は情報トレーダ取引比率で以下のように表現する。

$$\theta = \gamma_I / (\gamma_I + \gamma_U) \quad (1)$$

- ③カイル[1985]のラムダ(λ)を導入する。このカイルの λ はボラティリティ($\sqrt{\sigma_v^2/\sigma_u^2}$: 情報トレーダーの売買のボラティリティ σ_v と流動性(ノイズ)トレーダのノイズ売買のボラティリティ σ_u)の線形需要の勾配を示す流動性の指標(市場の深さ)を示す。カイル・モデル[1985]の価格決定 P はこのラムダ λ と取引量 \tilde{Q} との線形関係からなる。すなわち株価は $P + \lambda\tilde{Q}$ へと変化するので、 $\Delta P = \lambda\tilde{Q}$ となる。よって価格インパクト率($\Delta P/P$)は $\lambda \cdot \tilde{Q}/P$ である。

- ④マーケット・メーカーは情報トレーダーと取引執行(ベッツに対して)するとき、株価 P を $\theta P(t) \cdot \sigma \cdot \Delta B_t(t)$ 、取引量 \tilde{Q} を $\lambda\tilde{Q} = \theta P(t) \cdot \sigma \cdot \Delta B_t(t)$ ($\Delta B_t(t)$: ブラウン運動 σ : 価格 $P(t)$ の標準偏差)と表現する。
- ⑤長期的(恒久的)市場インパクト・コスト \bar{C}_p と短期的(一時的)執行コスト \bar{C}_T の総コストを \bar{C}_B とする。

$$\bar{C}_B = \bar{C}_p + \bar{C}_T \quad (2)$$

- ⑥マーケット・メーカーは情報トレーダーとの取引損失(逆に、情報トレーダーの収益 $\bar{\pi}_I = \bar{C}_B + c_I$ <情報取得費用>)をノイズ・

トレーダーの取引で埋め合わせをする。

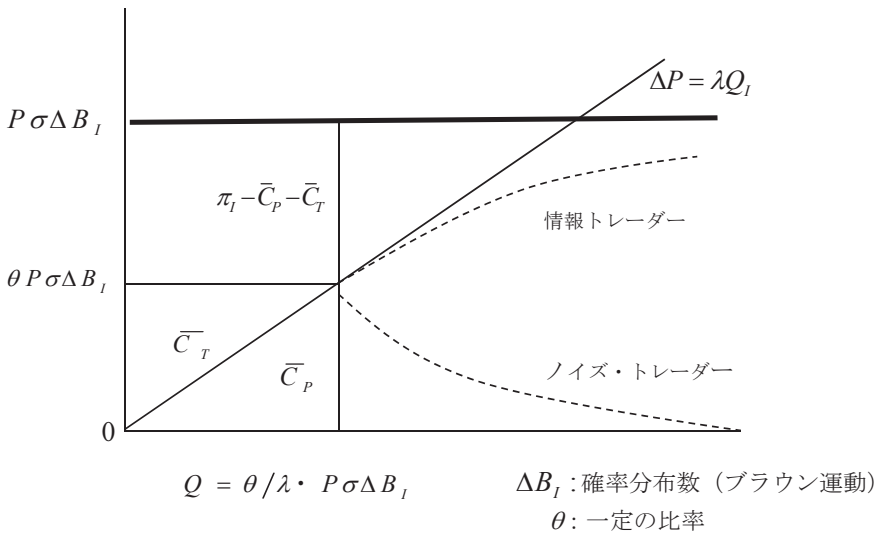
$$\gamma_I(\bar{\pi}_I - \bar{C}_B) = \gamma_I c_I = \gamma_U \bar{C}_B \quad (3)$$

⑦マーケット・メーカーが長期的インパクトに基づいた情報トレーダーと取引するとき、その執行価格は $P + \lambda \bar{Q}$ であり、長期的インパクト・コスト \bar{C}_P を損失する。そこで、これを補うためのスプレッドか短期インパクト・コスト \bar{C}_T から収益を得ることになる。ここでは短期インパクト・コストを対象とする。その時、均衡点は以下の通りとなる。

$$\bar{C}_P = \bar{C}_T = \bar{C}_B / 2 \quad (4)$$

⑧破線は情報トレーダーの取引比率 θ が上昇するときの情報トレーダーの価格と、平均回帰するノイズ・トレーダーの価格である。ノイズ・トレーダーの比率が大きくなると価格が下がり、情報トレーダーの取引比率が大きくなるにしたがって価格は上がる。また情報トレーダー収益は次第に逓減する。

【図表 2】メタ・モデルの概略図



資料: Kyle & Obizhaeva [2014] Figure 1.p18.

マーケット・マイクロストラクチャーの不変量

ベッツは機関投資家のリスク移転のための売買である。さらにベッツはファンダメンタルズと直接的に関連しないノイズ（機械的なヘッジ取引など）に基づく取引であり、長期的インパクトに入る。短期的インパクトはマーケット・メーカー、高頻度トレーダー、清算アービトラージャーによる（売買）取引

である。ここで算出されるインパクトは長期的と短期的なインパクトを合わせたマーケット・インパクトである。

ベッツのマーケット・インパクトはメタ・モデルから $\Delta P = \lambda \bar{Q}$ である。ここでカイルの $\lambda (= \sigma_V / \sigma_U)$ の概念を利用する。分子の σ_V は価格インパクトにより生じて 1 株当たり価格変化の標準偏差である。すなわち、市場の深さの不変量を示す。一方、分子の σ_U

は注文不均衡（注文量）による標準偏差である。すなわちベッツの大きさにより計測される。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P(X)}{P} = \lambda \cdot \frac{X}{P} = \frac{\sigma_V}{\sigma_U} \frac{X}{P} \quad (5)$$

X : ベッツまたはノイズの取引量 (株数)

カイル & オビズヘイヴァは (5) における $\lambda (= \sigma_V / \sigma_U)$ の不変量を以下のように定義した。

$$\sigma_V = \varphi \cdot \sigma \cdot P = \bar{\sigma} \cdot P \quad (6)$$

$\bar{\sigma}$: ベッツのボラティリティ

φ : ボラティリティ乗数 = 1

P : 株価

σ : 市場全体のボラティリティ

$$\sigma_U = \bar{W}E(\tilde{Q})^{-1} = W^{-1/3} \cdot V \quad (7)$$

$$\bar{W} = P \cdot V \cdot \bar{\sigma} = P \cdot V \cdot \sigma \quad (8)$$

\bar{W} : ベッツの取引活動 (金額)

W : 市場全体の取引活動 (金額)

V : 市場全体の取引量 (株数)

$E(\tilde{Q})$: 取引規模 (サイズ) の確率変数

特に, \bar{W} はメタ・モデルからみるとリスク移転のコストとして認識できる。

またベッツの取引量 (株数) \bar{V} は注文到着率 (売買の速さ) γ と取引規模 (サイズ) の確率変数 $E(\tilde{Q})$ からなる。すなわち $\bar{V} = \gamma \cdot E(\tilde{Q})$ と表現できる。

以上から (5) について (6) から (8) を代入すると, 次式を得る¹²。

$$\lambda \cdot \frac{X}{P} = \frac{\sigma_V}{\sigma_U} \frac{X}{P} = \bar{\lambda} \cdot (PV)^{1/3} \cdot \sigma^{4/3} \cdot \left(\frac{X}{V}\right) \quad (9)$$

$\bar{\lambda}$: 価格インパクトのパラメータ

マーケット・インパクト $\Delta P/P$ のうち, ΔP は特にベッツの注文量 X の関数 $\Delta P(X)$

となる。

そこで, カイル & オビズヘイヴァは対数の価格インパクトの係数について, データー (2001 年から 2005 年) から以下のように計算した。

$$\ln\left(1 + \frac{\Delta P(X)}{P}\right) = \frac{\bar{\lambda}}{10^4} \cdot \left(\frac{P \cdot V}{40 \cdot 10^6}\right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\sigma}{0.02}\right)^{4/3} \cdot \left(\frac{X}{(0.01)V}\right) \quad (10)$$

彼らは (10) がマーケット・マイクロストラクチャーの不変量のモデルであるとする。さらに (10) は以下のように変形できる。

$$\frac{\Delta P(X)}{P} = 1 - \exp\left[\frac{\bar{\lambda}}{10^4} \cdot \left(\frac{P \cdot V}{40 \cdot 10^6}\right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\sigma}{0.02}\right)^{4/3} \cdot \frac{X}{(0.01)V}\right] \quad (11)$$

第 2 節 流動性インパクト・モデル

ハン & ワンは短期的流動性の不均衡がクラッシュを引き起こす可能性について, インパクト・モデルから示唆した。そもそも, 市場の構造や経済のダイナミックすなわち, ファンダメンタルズの変化から起きるすべての主体の不確実性に直面するシステムテック・リスクに対して, 市場リターンとは関係のない特定の主体により生じたリスクが特定リスクまたは固有リスクであり, そのリスクは固有ショックにより引き起こされる。ハン & ワンは最も重要なマーケット・インパクトを流動性の固有ショックであるとして, 流動性インパクト・モデルからクラッシュ分析を試みる。

なお, このモデルはグロスマン & ミラー・モデル (流動性イベント・モデル) [1988] を拡張したものであり, 売買取引システムのメルトダウンではなく, 注文の不均衡に重点を置いている。なぜなら, 高頻度取引下, 売買システムのメルトダウンは想定しにくいからである。

モデルの内容

流動性インパクト・モデルはファンダメンタルズの変化がなくても投資主体の短期的な注文の不均衡によりクラッシュが起きることを明示した。

ハン & ワンは $P_t = P_{t+1/2} = P_{t+1}$ を前提とする均衡理論（マルチンゲール）から証券価格モデルを以下のように定義する。

$$P_{t+1/2} = R_F^{-1}(E_{t+1/2}[D_{t+1}] + P_{t+1}) - \frac{1}{2}\alpha\sigma_D^2\hat{\theta} - \frac{1}{2}\alpha\sigma_D^2\delta Z \quad (12)$$

- $P_{t+1/2}$: (t+1/2 期) 株価
 R : 金利 (割引率)
 $E(D)$: 予想配当
 α : リスク回避度
 σ_D : 配当の標準偏差
 $\hat{\theta}$: リスク (ショック)
 δ : 2つの投資主体 (aとb) の注文 (ショック) 差異 $\delta > 0$
 Z : 固有ショックの分布

このうち流動性要素は (12) の最後の項であり、流動性の固有ショックをあらわす。それ以外の3つの項はファンダメンタルズをあらわしている。

$$p \equiv R_F^{-1} \left(-\frac{1}{2}\alpha\sigma_D^2\delta Z \right) \quad (13)$$

(13) の固有ショック (p) は主体のリスク回避を前提に、潜在的な売りが買いより強いイニシアティブをもつ (より高い価格で売りつけをする動機が強い¹³⁾) ので、売買量と価格変化とは負の関係にある。そして常に流動性の固有ショック (p) は市場の注文不均衡 ($\delta = \lambda_a - \lambda_b$) を通して価格を下落させると考える。この注文不均衡は取引のタイミングやサイズの不マッチから一時的に生じ、株価をファンダメンタルズからかい離させる。しかし、このかい離は短期的インパクトであるので、注文不均衡が解消されると消滅する。株価でいえばリバウンドを意味する。

第3章 クラッシュ分析—ブラック・マンデーの事例

前章ではクラッシュ分析をするために2つのインパクト・モデルについて紹介した。本章ではこれらのモデルを用いて実際のクラッシュの事例からクラッシュ分析をおこなう。その事例とは短期間 (1日) でダウ工業株平均 (DJIA) が史上最大の下落率 (22.6%) を記録した1987年10月19日 (月) のブラック・マンデーを取り上げる。取り上げる理由として、①デリバティブ市場が存在していること、②短期間のクラッシュである、③すでに多くのマーケット・マイクロストラクチャー・モデルによるクラッシュ分析が行なわれている、等が挙げられる。よって、インパクト・モデルによるクラッシュ分析との比較が可能である。

本章は、第1節ブラック・マンデーの状況、第2節従来モデルによるクラッシュ分析、第3節ベッツ・インパクト・モデルによるクラッシュ分析、第4節流動性インパクト・モデルによるクラッシュ分析、からなる。

第1節 ブラック・マンデーの状況

ここでは【図表3】に基づいてブラック・マンデー (1987年10月19日) のポイントを整理する。

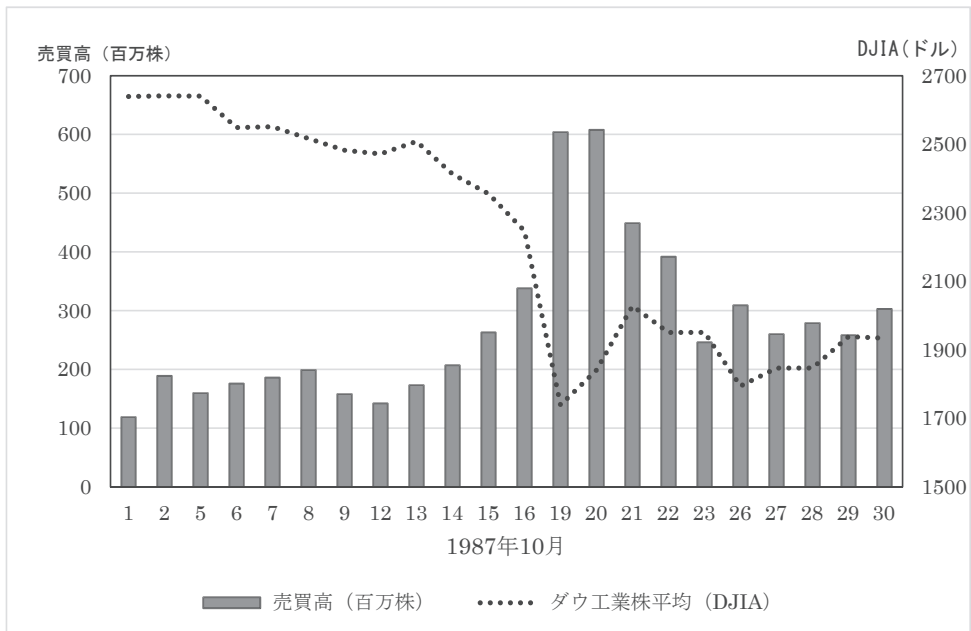
- ①ブラック・マンデーの直前10月14日 (水) から16日 (金) 間、ダウ工業株平均は10%下落した。ファンダメンタルズの悪化のバッド・ニュースの影響による。これによりファンド運用のヘッジ取引のポートフォリオ・インシュランスの売りが増加した。週明けのブラック・マンデーの19日 (月) に入り、バッド・ニュースがないにもかかわらず、ポートフォリオ・インシュランスがさらに急増した。
- ②このポートフォリオ・インシュランス取引の急増は他のトレーダー (主として機関投資家) の大量売りを誘発させた。この結果、

流動性イベント（注文の不均衡）が起きて、さらに株価を押し下げた。

- ③クラッシュ後、1週間程度で相場（株価や売買取引）は次第に落ち着きを取り戻した。

その間、株価は30%（クラッシュ後、1週間の終値の平均回復率）のリバウンド（反発）があった。

【図表 3】 1987年10月の市場状況（ニューヨーク証券取引所）



資料:Dow Jones社のデータから佐藤作成。

第2節 従来モデルによるクラッシュの分析

従来のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルでは合理的期待のトレーダーの需要と供給の総集計が原則として、均衡化するにもかかわらず、ポートフォリオ・インシュランスの急増により、市場が不均衡に陥って、価格と注文の不均衡による市場の取引システムのメルトダウンによりブラック・マンデーが起きたとする。

いま、カイルに従って、市場の流動性指標（カイルの λ ）を考える。価格決定はカイルの λ との線形関係を有する。そして多くの売買を少ない価格変化で処理できる状況のとき

は流動性が高いことを示している。【図4】ではL1はL2より λ が低く、流動性のある市場である。いま、【図4】において均衡価格はEの状況にあったとする。そこでファンダメンタルズの悪化を契機にして、機械的な大量ポートフォリオ・インシュランスの売り需要増加（Q1からQ2）の結果、価格が非連続（例えば逆S字型超過需要）を起こして価格はE'に暴落した。このように価格が下方の別の均衡点に移行して、クラッシュが起きた。この分析はジェノット&リーランド（Gennotte&Leland）[1990]の複数均衡仮説に基づく見解である。

また、このポートフォリオ・インシュラン

スの売り急増が売買メカニズムをメルトダウンさせて、流動性を悪化させてしまった。すなわちカイルの λ を大きくさせてしまったので、L1からL2への価格関数の移行はマーケット・メーカーが市場退出して、売買システムのメルトダウンによる流動性の欠如が非同時取引、即時でない価格取引等からスパイラルに価格が下落した。この分析はグロスマン & ミラー (Grossman & Miller) [1988] の流動性イベントに基づく見解である。

このように、従来のマーケット・マイクロストラクチャーからのクラッシュ原因分析は複数均衡仮説と流動性イベント説の2つの見解が一般的であった。

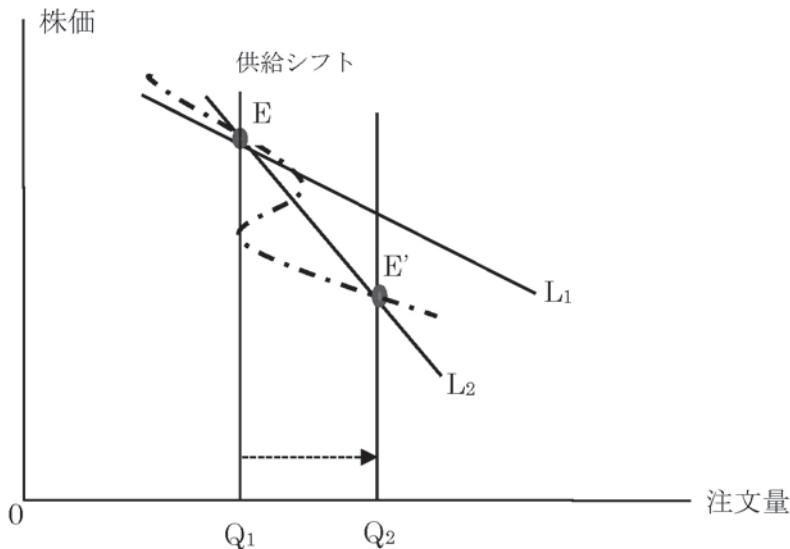
従来のクラッシュ分析について、拙稿の見

解として以下の問題点を挙げるができる。

- ①基本的にはポートフォリオ・インシュレーター (ノイズ・トレーダー) がクラッシュを牽引したとするが、実際、その取引は市場全体の売買高比率の3割程度であった。よって、ポートフォリオ・インシュレーターをクラッシュの主因とすることは難しい。
- ②クラッシュの後、リバウンドに関する分析 (クラッシュの長期的および短期的インパクト) が行なわれていない。

このように従来のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルによるブラック・マンデーに関するクラッシュ分析は必ずしも説得力ある説明であるとは言い難い。

【図表4】 マーケット・マイクロストラクチャーによるクラッシュ分析挿入



資料：佐藤作成

第3節 ベッツ・インパクト・モデルによるクラッシュ分析

オリジナル・モデル

カイル & オビズヘイヴァは1929年のクラッシュを含む5つのクラッシュについて、

ベッツ・インパクト・モデルを利用して実証研究をおこなった。その中で史上最大の下げ率を記録したブラック・マンデーの事例を10月クラッシュ (1987年10月14日から1週間) のデータから実証を試みた。この結果、

下記式から予測計算では19.1%の下落であった。しかし、10月クラッシュ米国証券市場の実際のダウ工業株平均は32%下落であり、大きなかい離が生じた。

$$\frac{\Delta P(X)}{P} = 1 - \exp \left[\frac{-5.78 \left(\frac{(20.57)10^9 \cdot 1.54}{40 \cdot 10^6} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{0.0135}{0.02} \right)^{4/3} \cdot \frac{(13.75)}{(0.01)(20.57)}}{10^4} \right] \quad (14)$$

- 1 PV=ブラック・マンデー時の売買高 (ADV) 20.57 (現物+先物) 億ドル
- 2 $\sigma = 1$ 日 ボラティリティ 1.35%
- 3 1987年の2005年のGDPのデフレーター 1.54
- 4 $\bar{\lambda} = 5.78$ についてはベッツの取引コストの定義式をキャリブレーションを通して算出された数値。
- 5 ポートフォリオ・インシュラーの売買高 $X=13.75$ (現物+先物) 億ドル¹⁴

この暴落の要因として、カイル&オビズハイヴァは当時の反TOB規制や海外収支の赤字など、ファンダメンタルズに対するネガティブなニュースとブレディ報告書が指摘するような市場のメカニズムの崩壊により、ポートフォリオ・インシュランスの大量の売りが価格インパクトに大きな影響を及ぼしたと説明する¹⁵。

さらに、この大きなかい離はベッツ取引では計算できない予想外のポートフォリオ以外の売り急増があったと推測する。また、彼ら自身も指摘しているように、売買執行のスピードについて1987年のクラッシュは1日単位、2010年のフラッシュ・クラッシュで数分単位と取引時間が非常に異なる。よってベッツによるインパクトは取引時間のスピードが大きく影響する要素であるとした。

ノイズを対象とした修正

オリジナル・モデルによる10月クラッシュ(1987年10月14日から1週間でブラック・マンデーを含む)の対象期間は32%の株価

下落であり、そのうちブラック・マンデー(19日)は売買、株価下落とも非常な異常値を示している。そのため、平均化したデータは必ずしも現実に適合していない。たとえば、10月クラッシュ(1987年10月14日から1週間)のデータを検証すると、カイル&オビズハイヴァはポートフォリオ・インシュラーの比率を66.8%と推定としている。この推定は現実とは大きくかい離していると考えられる(通常は10%、ブラック・マンデー時でも30%程度)。またブラック・マンデー時と翌日は1週間の平均買高の2倍以上となっている。そこで、拙稿ではインパクト・モデルの性格から短期間で、かつデータのにも現状に合ったブラック・マンデー1日のみを対象とした¹⁶。すなわち、ブラック・マンデーの売買高 $P \cdot V$ とポートフォリオ・インランスの売買高 X を用いて再計算した。

$$\frac{\Delta P(X)}{P} = 1 - \exp \left[\frac{-5.78 \left(\frac{38.9 \cdot 10^9 \cdot 1.54}{40 \cdot 10^6} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{0.0135}{0.02} \right)^{4/3} \cdot \frac{(12.00)}{(0.01)(38.9)}}{10^4} \right] \quad (15)$$

(15)のブラック・マンデー時のデータは以下の通りである。オリジナルのモデル10月クラッシュ対象のオリジナルのモデルと比較すれば、以下の数値が異なる。

- 1 PV=ブラック・マンデー時の売買高 (ADV) 38.9 (現物+先物) 億ドル
- 5 ポートフォリオ・インシュラーの売買高 (金額) $X=12$ (現物+先物) 億ドル

この結果、ブラック・マンデー1日のダウ工業株平均は22.6%下落に対して(15)のベッツ・インパクト・モデルの修正予測計算では11.4%の下落となった。この下落した要因はモデルの展開から解釈すれば、ポートフォリオ・インシュラーの売り(市場全体の合計31.0%)である。これは時系列データに依拠した予測結果である。さらにカイル&オビズハイヴァは現実値とのかい離はベッツ

取引以外の売り急増によるものと指摘している。

そこで、拙稿ではカイル自身の主張しているノイズ・トレーダーを積極的に取り入れよう。これは前述したカイルのノイズの考え方 [2014] にも適合している。ポートフォリオ・インシュラーは基本的にはファンダメンタルズとは関係のないリスク移転の取引をおこなうノイズ・トレーダーである。さらに、ポートフォリオ・インシュラーのほか、市場に参加しているポートフォリオ・インシュランス売りに追随するトレーダーもノイズ・トレーダーとして含めるべきであろう。

これらのノイズ・トレーダーがクラッシュを引き起こしたとの仮説を基礎に再試算を試みよう。具体的にはベッツ・インパクト・モデルにおいては売買高 X のポートフォリオ・インシュラーの売買高に追随売りのノイズ・トレーダーの売買高 ΔX を加える。もし追随売りがポートフォリオ・インシュラーと同等な規模と仮定すれば¹⁷、ノイズ・トレーダーは市場全体の合計 62.0% となり、その影響によるダウ工業株平均の下落予想率は 21.4% と計算される。予測試算はブラック・マンデーの実態 (22.6% 下落) に近似する。

ここではベッツ・インパクト・モデルの実証の近似性の追求が目的ではない。重要な点はベッツ・インパクト・モデルではベッツ取引とそれに追随するトレーダーを合わせたノイズ・トレーダーの売買高とその取引比率が上昇すると、マーケット・インパクトの下落率もさらに大きくなるという関係性である。ノイズ・トレーダーの範囲を広げると、ブラック・マンデーの状況に関するベッツ・インパ

クト・モデルは説明能力が増すことになる。

さらにベッツ・インパクト・モデルを単純化して、(15) のノイズ・トレーダーの注文量 X から $X + \Delta X$ へとポートフォリオ・インシュラーにその追随売りを加え変形すると

$$\frac{\Delta P(X)}{P} = 1 - \exp[-0.115563W]$$

$$W = V^{-2/3}(X + \Delta X) \quad (16)$$

V : ブラック・マンデー時の売買高

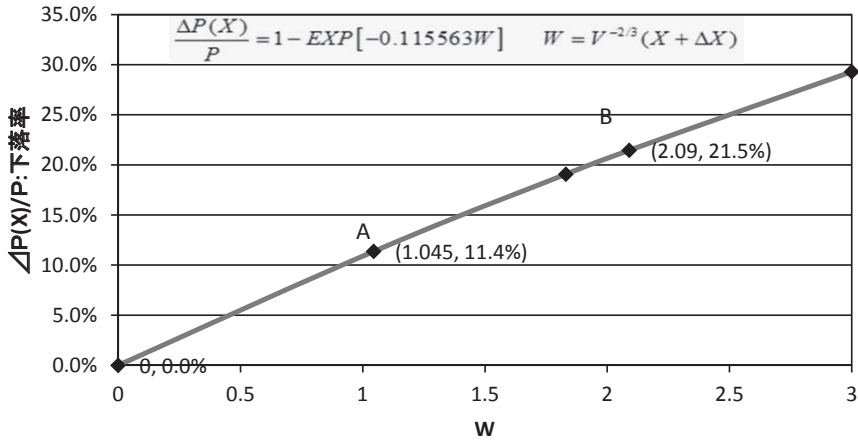
$X + \Delta X$: ノイズ・トレーダーの注文量

を得る。そのグラフ化が【図表 5】である。ブラック・マンデー時では市場全体の売買高 39 億ドルに対してのポートフォリオ・インシュラーのみの売買金額は 12 億ドルあった。そこで A 点では W は 1.045 であり、株価下落は 11.4% であることを示す。同様に、B 点ではノイズを対象した売買金額を 24 億ドルとすれば、 W は 2.09 となり、株価下落は 21.4% であることを示す。

この関係から今までの計算と実証予測も簡単に検証できる。ただし、(16) の係数は各クラッシュの状況 (売買高と時期) により異なることは勿論である。

クラッシュ分析について、今まで仮想のシミュレーションに依存してきた方法から、新たな実証型モデルの開発は高く評価されるべきであろう。しかし、ノイズ・トレーダー、特に追随者のデータ等をどのようには把握するか、実際は容易ではない。今後、クラッシュ分析ではさらなる改良を前提に、ベッツ・インパクト・モデルは大きな役割を担うことが期待される。

【図表 5】 ベッツ・インパクト・モデルの解析グラフ



資料：佐藤作成

第4節 流動性インパクト・モデルによるクラッシュ分析

流動性インパクト・モデルはブラック・マンデーを直接的に分析しているわけではない。このモデルに従えば、取引のタイミングやサイズの不均衡が短期的（一時的）注文の不均衡を惹起させて、流動性から株価を下落させるとする。流動性インパクト・モデルのクラッシュ分析の貢献は注文の短期的な不均衡が大きなクラッシュへ繋がること、および注文不均衡が解消されれば株価はリバウンドすること、すなわち、流動性イベントが短期的インパクトであることを明らかにしたことである。

これによりグロスマン & ミラー [1988] の流動性イベント説がブラック・マンデーの原因の一部分しか形成していないことが分かる。このように、リバウンドをクラッシュに入れる考え方は、従来にはなかった新しい分析方法である。しかし、このモデルは事前に計算することは難しい。

おわりに

拙稿は高頻度取引下のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルを基礎にしたインパクト・モデルから1日の下落率では史上最大である1987年10月19日（月）ブラック・マンデーの事例を対象にクラッシュ分析を行った。ここでは従来のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルによるクラッシュ分析と比較しながら、インパクト・モデルのクラッシュ分析の進展をまとめてみよう。

従来のマーケット・マイクロストラクチャー・モデルではブラック・マンデーのクラッシュに関してポートフォリオ・インシュランスの急増により価格面または流動性面で不均衡を起こした結果であるとする。しかし、ポートフォリオ・インシュランスの取引比率（現物と先物）では市場全体の30%程度しか占めていなかった。よって、必ずしも説得力ある説明ではなかった。

一方、インパクト・モデルではブラック・マンデーを大きなマーケット・インパクトとして長期と短期に捉え、さらにその要因を高頻度取引を想定したマーケット・マイクロストラクチャー理論にノイズを考慮して分析す

る。拙稿ではベッツ・インパクト・モデルと流動性インパクト・モデルを用いた。

まず、カイル&オビズヘイヴァによるオリジナルのモデルではノイズとしてのベッツはポートフォリオ・インシュランスのトレーダーである。さらに、ポートフォリオ・インシュランスの追随者を加えたノイズ・トレーダーの大量売りを加えるとマーケット・インパクトが大きくなり、一層、ブラック・マンデーのクラッシュ分析の有効性が増すことが分かった。同時に、その大量売りは流動性ショック（注文の不均衡）を惹起させて株価を下落させた。

さらにインパクト・モデルではブラック・マンデーの状況を短期・長期に区分できる。具体的には、このクラッシュ後、1週間程度で相場が安定的になった。その間、株価は30%リバウンドした。よって、ブラック・マンデーの下落率22.6%のうち、30%が流動

性ショック（またはイベント）で短期的インパクトであると推測できる。残りの70%はノイズ・トレーダーの売買による長期インパクトであると推測できる。

このように、このインパクト・モデルのクラッシュ分析の進展はクラッシュ分析についてノイズ・トレーダーの売買高比率とクラッシュの大きさは比例すること、短期的および長期的なインパクトに区分できること、複合的な原因から要因分析が可能こと、等の一定の成果を得ることができる。さらにクラッシュの実証研究は今後、カイル&オビズヘイヴァのインパクト・モデルを中心に議論が盛んになると予想され、飛躍的に説明能力が増すことが期待できる。

引き続き、他の研究を摂取しながら米国の事例のみならず、東京市場にも広げクラッシュ分析を続けたいと考えている。

[注]

- 1 高頻度取引（HFT:High Frequency Trading）が構築された経緯は以下の通りである。
2007年施行の証券取引委員会のレギュレーションNMS(National Market System) [SEC Release No. 34-51808] によりトレード・スルー（ある銘柄の取引が複数の市場で可能な場合に、最良気配を提示する市場以外での売買）の禁止を背景に、各取引所は電子通信ネットワーク（ECN:Electronic Communication Net Work）に乗り出し、市場間競争を激化させた。このため各市場は高頻度取引システムの高度化に注力した。
- 2 アルゴリズム取引（AT）とはある目的（たとえば裁定取引）に沿って組み立てられたアルゴリズムにより自動化された取引をいう。その代表的な投資手法としては
 - ①TWAP（Time-Weighted Average Prices）
 - ②VWAP（Volume-Weighted Average Prices）
 - ③アイスバーグ注文（一つの注文を分割して行う）
 等がある。
なお、アルゴリズム取引と市場の質の関係についてはHendershott, Jones & Menkveld [2011], ATと流動性に研究成果の見解はHendershott&Moulton [2010] 等を参照。
- 3 Foucault [2012] は高頻度取引の文献を総合的にサーベイした見解である。
- 4 米国第4位の投資銀行のリーマン・ブラザーズが、ハイリスク・ハイリターンの住宅ローンであるサブプライムローン対象証券を含む債務担保証券（CDO）の多額の損失（負債

総額、約 6000 億ドル) から 2008 年 9 月 15 日、連邦裁判所に連邦倒産法第 11 章を申請、事実上の破産となった。

この史上最大の倒産により世界連鎖的な金融危機を招いた。これに伴い証券市場もダウ工業株平均は前日比 504 ドル、前日比率 4.42% の下落に見舞われた。これをリーマン・ショック (Lehman Shock) という。

- 5 高頻度取引市場が進展する中、2010 年 5 月 6 日、突然、午後 2 時 40 分ごろダウ工業株平均が 5 分間で 573 ドル (-5.12%) 暴落をして、その後、午後 2 時 47 分ごろから 1 分半で 543 ドル急騰した。これをフラッシュ・クラッシュ (Flash Crash) という。
- 6 Bloomfield, O' Hara & Saar [2009] および Kyle, Obizhaeva & Wang [2014] を参照。
- 7 Grossman & Stiglitz [1980] モデルは情報の非対称性の noisy information であるので、この節のノイズ・トレーダーとは異なる。
- 8 Kyle [1985] および Gostten & Milgrom [1985] の解説については拙稿 [2003] を参照。
- 9 Black [1986] のノイズは「市場において情報が何もない状況の中で、あたかも、情報があったように取引をする」と定義する。
- 10 Kyle & Obizhaeva [2013a] p.1.
- 11 Jérôme Kerviel による流動性クラッシュはなじみが薄いであろう。そこで若干

の説明を加える。Jérôme Kerviel の流動性クラッシュとはフランスの銀行ソシエテ・ジェネラルにおいて、欧州株式市場で『ブレイン・パニラ』を担当していた 1 人のトレーダー (ジェローム・ケルビエル) が、2007 年から 2008 年にかけて、雇用主に報告することなく、欧州株価指数に連動する先物で権限を超えたポジションを組んで、49 億ユーロもの損失を出した事件である。

- 12 この展開式は Kyle & Obizhaeva ([2012a, b], [2013a, b, c]) に基づく。
- 13 売り手の非取引リスク (nontraded risk) の存在である。
- 14 本来、株数ベース (X/V) であるが、金額ベースでも問題はない。
- 15 カイル & オビズハイヴァ [2013b] はブラック・マンデーにおける今までの分析経過をまとめている。それによると Miller の標準モデルによる分析を Conventional Wisdom として呼んで、それらの見解を否定している。同様に Shiller の行動ファイナンス・モデルも Animal Spirits Hypothesis と呼んで不同意であるとする。
- 16 Soros, G の大量売り (1987 年 10 月 22 日) のクラッシュ分析対象の期間も 1 日である。
- 17 逆 S 字型需要による株価下落は市場で支配的なポートフォリオ・インシュランスの売り (追従者を含める) が条件となる。

【参考文献】

- 大塚剛士 [2014] JAX ワーキングペーパー特別レポート「米国市場の複雑性と HFT を巡る議論」日本取引所グループ。
http://www.jpjx.co.jp/news-releases/ncd3se0000001a72-att/JPX_WP_SP.pdf
- 大崎貞和 [2014] 「HFT (高頻度取引) と複雑化する米国の株式市場構造」野村総合研究所。
<https://fis.nri.co.jp/~media/Files/knowledge/media/.../camri201411.pdf>
- 佐藤猛 [2003] 「マーケット・マクロストラクチャーにおける基本的情報ベースモデルの展開—米国 1987 年

- 10月クラッシュを視座に(2)―『商学集志』73(3/4)1-18. 日本大学商学部商学研究会。
- 佐藤猛 [2005a] 「市場流動性モデルからの米国1987年10月クラッシュに関する示唆(I)」『商学集志』75(1)15-32. 日本大学商学部商学研究会。
- 佐藤猛 [2005b] 「市場流動性モデルからの米国1987年10月クラッシュに関する示唆(II)」『商学集志』75(2) 49-63. 日本大学商学部商学研究会。
- 杉原 慶彦 [2010] 「取引コストの削減を巡る市場参加者の取組み：アルゴリズム取引と代替市場の活用」『金融研究』30(2). 29-87. 日本銀行金融研究所。
www.imes.boj.or.jp/research/papers/japanese/kk30-2-2.pdf
- 杉原 慶彦 [2011] 「執行戦略と取引コストに関する研究の進展」『金融研究』31(1).227-292. 日本銀行金融研究所。
www.imes.boj.or.jp/research/abstracts/japanese/kk31-1-8.html
- Abergel, F., Bouchaud, J.P., Foucault, Lehalle, C.A., Rosenbaum, M. [2012] *Market Microstructure*, John Wiley& Sons. West Sussex,U.K.
- Almgren, R., Chriss, N. [2001] “Optimal Execution of Portfolio Transactions,” *Journal of Risk* 5(3), 5-39.
- Bera, A.K., Lvliev, S., Lillo., F. [2015] *Financial Econometrics and Empirical Market Microstructure*. Springer, N.Y.
- Black, F. [1986] “Noise,” *Journal of Finance* 41(3), 529-543.
- Bloomfield, R., O’Hara, M., Saar, G. [2009] ”How Nois Trading Affects Markets: An Experimental Analysis,” *Review of Finance Studies* 22(6), 2275-2302.
- Brunnermeier, M.K., Pedersen, L. H. [2008] “Market Liquidity and Funding Liquidity,” *The Society for Financial Studies. Economic Impact Assessment EIA4*.
- CFTC&SEC [2010] *Finding Regarding the Market Events of May 6. 2010, The Securities and Exchange Commission and The Commodity Futures Trading Commission* (2010.9.30), 1-104.
- De Long, B., Shleifer, A., Summers, L., Waldmann, R. [1990] “Noise Trader Risk in Financial Markets,” *Journal of Political Economy* 98(4), 703-728.
- Faucault, T. [2012] “Algorithmic Trading: Issue and Preliminary Evidence,” in Abergel et al. [2012] 3-40.
- Faucault, T., Pagano, M., Röell, A. [2013] *Market Liquidity*, Oxford University Press. New York.
- Gennotte, G., Leland. H.R. [1990] “Market Liquidity, Hedging, and Crashes,” *American Economics Review* 80(5), 999-1021.
- Glosten, L., Milgrom, P. [1985] “Bid, Ask and Transaction Price in a Specialist Market with Hetero- genously Informed Traders,” *Journal of Financial Economics* 13(1), 71-100.
- Grossman, S.J., Stiglitz, J.E. [1980] “On the Impossibility of Informationally Efficient Markets,” *American Economic Review* 70(3), 393-408.
- Grossman, S.J. [1988] “An Analysis of the Implications for Stock and Future Price Volatility of Program Trading and Dynamic Hedging Strategies,” *Journal of Business* 61(3), 275-298.

- Grossman, S. J., Miller, M.H. [1988] “Liquidity and Market Structure,” *Journal of Finance* 43(3), 617-637.
- Hendershott, T., Moulton, P. C. [2010] “Automation, Speed, and Stock Market Quality: The NYSE’s Hybrids,” SSRN Working Paper, 1-37.
- Hendershott, T., Jones, C. H., Menkveld, A. J. [2011] “Does Algorithmic Trading Improve Liquidity,” *Journal of Finance* 66(1), 1-33.
- Holthausen, R., Leftwich, R., Myers, D. [1987] “The Effect of Large Block Transactions on Security Prices: A Cross-Sectional Analysis,” *Journal of Financial Economics* 19(2), 237-268.
- Huang, J., Wang, J. [2009] “Liquidity and Market Crashes,” *Review of financial Studies* 22 (7), 2607- 2643.
- Keynes, J.M. [1936] *The General Theory of Employment, Interest, and Money*, Macmillan, London (塩野谷祐一訳[1995]『雇用・利子及び貨幣の一般理論』東洋経済新報社)。
- Kissell, R., Glantz, M. [2003] *Optimal Trading Strategies: Quantitative Approach for Managing Market Impact and Trading Risk*, Amacom Books, N.Y.
- Kyle, A.S. [1985] “Continuous Auctions and Insider Trading,” *Econometrica* 53(6), 1315-1336.
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2009] “Market Microstructure Invariants, Preliminary Version” 1-39, unpublished paper (demand to not circulate).
www.haas.berkeley.edu/.../20130607_Kyle_Obizhaev
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2011b] “Market Microstructure Invariants: Empirical Evidence from Portfolio Transitions” SSRN, 1-43.
<http://ssrn.com/abstract=1978932>
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2012a] “Market Microstructure Invariants and Stock Market Crashes,” *Conference on Instabilities in Financial Markets Pisa Italy*, 1-66.
www.quantlab.it/IFM/2-Kyle_IFM-18Oct2012.pdf
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2012b] “Market Microstructure Invariants : Theory and Implications of Calibration.” Minor revisions: January 24, 2012, 1-35.
<https://www.tinbergen.nl/~sofie2012/papers/KyleObizhaeva2012, pdf#search=%E2%80%9CMarket+Microstructure+Invariants+%3ATheory+and+Implications+of+Calibration.>
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2013a] “Market Microstructure Invariance : Theory and Empirical Tests.” Minor revisions: January 24, 2012. 1-67.
www.haas.berkeley.edu/.../20130607_Kyle_Obizhaev
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2013b] “Large Bets and Stock market Crashes,” (JEL.) 1-49.
<http://ssrn.com/abstract=2023776>.
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2013c] “Market Microstructure Invariants” Fields Institute, Toronto Canada. www.fields.utoronto.ca/programs/cim/12.../Kyle.pdf
- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A. [2014] “Market Microstructure Invariance: Theory and Empirical Tests” DRAFT, 1-75.
www2.warwick.ac.uk/.../20141017-kyle-obizhaeva-in.

- Kyle, A.S., Obizhaeva, A.A, Wang, Y. [2014] “Smooth Trading with Overconfidence and Market Power”, 1-71 December 23, 2014. Robert H. Smith School Research Paper No. RHS 2423207. https://www.gsb.stanford.edu/.../fin_11_13_Kyle.pdf
- Miller, M.H. [1991] Financial Innovations and Market Volatility, Blackwell, Cambridge, MA.
- O’Hara, M.[2014] “High Frequency Markets Microstructure,” discussion paper.1-44. http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/subjects/finance/fof2014/programme/maureen_ohara.pdf
- Perold, A. F.[1988] "The Implementation Shortfall: Paper Versus Reality," Journal of Portfolio Management14(3), 4-9.
- Schmidt, A.B. [2011] Financial Markets and Trading, John Wiley&Sons, N.J.
- Shiller, R.J., Akerlof, G.A. [2009] Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy, and Why It Matters for Global Capitalism , Princeton University Press, N.J.
- Vayanos, D., Wang, J. [2012] “Market Liquidity Theory and Empirical Evidence,” The Paul Woolley Center Working Paper Series No32, Financial Markets Group Discussion Paper No.709, 1-87.
- Vayanos, D., Wang, J. [2012] Theory of Liquidity (Foundations and Trends in Finance Series) Now, MA.

Abstract

There was the limits in the crash analysis by the conventional market microstructure model. However, the crash analysis is possible to accomplish a big progress by the latest impact model based on a high-frequency trading market microstructure theory. This article applied to the example of the Black Monday by the latest impact model to confirm the effectiveness of the model. As a result, it is clear that the impact model has stronger explanatory ability about crash analysis than the conventional theory model. It is certainly that the impact model will be used much in crash analyses in near future.

